

## 수심 적분된 2차원 수치모형을 이용한 Kinoshita 사행수로에서의 흐름특성 모의

Simulation of Flow Characteristics in a Kinoshita Meandering Channel  
Using the Depth-integrated 2D Numerical Model

김태범\* · 최성욱\*\*

Kim, Tae Beom · Choi, Sung-Uk

### 1. 서 론

일반적으로 대다수의 2차원 수치모형은 Reynolds 방정식이나 Reynolds 방정식을 수심 적분한 천수방정식을 지배방정식으로 흐름특성을 모의한다. 난류응력은 순간속도성분을 시간평균성분과 편차성분의 합으로 보고 Navier-Stokes 방정식으로부터 Reynolds 방정식을 유도할 때 나타나며, Reynolds 방정식으로부터 수심 적분된 천수방정식을 유도하는 과정에서 시간 평균된 유속성분을 수심 적분된 유속성분과 편차성분의 합으로 본다면, 분산응력 (dispersion stress)이라고 하는 추가적인 새로운 항이 잔류하게 된다. 결과적으로 수심 적분된 2차원 흐름모형의 지배방정식에는 점성응력, 난류응력, 그리고 분산응력이 존재하며, Molls과 Chaudhry (1995)는 세 가지 응력을 통칭하여 유효응력 (effective stress)이라고 하였다. 일반적으로 수심에 비해 수로 폭이 넓은 개수로에서는 유효응력이 흐름특성의 수치 근사해에 큰 영향을 미치지 못한다고 가정하여 2차원 수심적분 모형에서 유효응력을 생략한다. 또한 유효응력을 적용하더라도, 점성응력이 난류응력에 비해 무시할 만큼 작다고 가정하여 난류응력만을 적용하며, 분산응력은 무시된다. 하지만 만곡부에서는 원심력과 편수위로 인한 횡방향 압력의 불균형이 발생하기 때문에, 만곡부의 이차류가 발생되며, 유속의 연직방향 분포도 일정하지 않게 된다. 따라서 본 연구에서는 만곡부의 이차류 특성을 반영하기 위해 분산응력을 고려하여 개발된 수심적분 2차원 수치모형을 Kinoshita 사행수로에 적용하여, 분산응력의 유무에 따른 수치해의 차이를 살피고자 한다.

### 2. 지배 방정식

Reynolds 방정식으로부터 수심 적분된 천수방정식을 유도하는 과정에서 시간 평균된 유속성분을 수심 적분된 유속성분과 편차성분의 합으로 본다면, 분산응력 (dispersion stress)이라고 하는 추가적인 새로운 항이 잔류하게 되며, 점성응력이 난류응력에 비해 무시할 만큼 작다고 가정하여 본 연구에서는 식 (1)~(3)과 같은 지배방정식을 적용한다.

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial q}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{p^2}{h} + \frac{gh^2}{2} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{pq}{h} \right) + gh \frac{\partial z_b}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \tau_{tw} \\ - \frac{\partial}{\partial x} \left[ 2\nu_t \frac{\partial p}{\partial x} \right] - \frac{\partial}{\partial y} \left[ \nu_t \left( \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial q}{\partial x} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial x} D_{uu} + \frac{\partial}{\partial y} D_{uv} = 0 \end{aligned} \quad (2)$$

\* 정회원 · 연세대학교 사회환경시스템공학부 박사후연구원 · 이학박사 · E-mail : geo108@naver.com - 발표자

\*\* 정회원 · 연세대학교 사회환경시스템공학부 교수 · 공학박사 · E-mail : schoi@yonsei.ac.kr

$$\begin{aligned} \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{pq}{h} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{q^2}{h} + \frac{gh^2}{2} \right) + gh \frac{\partial z_b}{\partial y} + \frac{1}{\rho} \tau_{by} \\ - \frac{\partial}{\partial x} \left[ \nu_t \left( \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial q}{\partial x} \right) \right] - \frac{\partial}{\partial y} \left[ 2\nu_t \frac{\partial q}{\partial y} \right] + \frac{\partial}{\partial x} D_{uv} + \frac{\partial}{\partial y} D_{vv} = 0 \end{aligned} \quad (3)$$

여기서  $p = hu$ ,  $q = hv$ 의 관계에 있으며,  $p$ ,  $q$ 는  $x$ ,  $y$  방향의 단위 폭 당 유량성분,  $h$ 는 수심,  $u$ ,  $v$ 는  $x$ ,  $y$  방향의 수심평균 유속성분이고,  $t$ 는 시간,  $g$ 는 중력가속도,  $z_b$ 는 하상고,  $\tau_{bx}$ 와  $\tau_{by}$ 는  $x$ ,  $y$  방향의 하상 전단응력 성분,  $\nu_t$ 는 와점성계수, 그리고  $D_{uu}$ ,  $D_{uv}$ 와  $D_{vv}$ 는 시간평균된 Reynolds 방정식을 수심 적분함으로써 유도되는 시간평균 유속성분과 수심평균 유속성분 간의 관계를 나타내는 항이다. 본 연구에서는 De Vriend (1977)가 제안한 시간평균 유속성분과 수심평균 유속성분 사이의 관계식을 이용하여 아래와 같이 유도된 식을 이용한다.

$$D_{uu} = hu^2 \left( \frac{\sqrt{g}}{\kappa C} \right)^2 - 2h^2 u \delta \hat{U} \frac{\sqrt{g}}{\kappa C} FF_1 + h^3 (\delta \hat{U})^2 FF_2 \quad (4)$$

$$D_{uv} = uvh \left( \frac{\sqrt{g}}{\kappa C} \right)^2 - (u \hat{V} + v \hat{U}) h^2 \delta \frac{\sqrt{g}}{\kappa C} FF_1 + h^3 \delta^2 \hat{U} \hat{V} FF_2 \quad (5)$$

$$D_{vv} = hv^2 \left( \frac{\sqrt{g}}{\kappa C} \right)^2 - 2h^2 v \delta \hat{V} \frac{\sqrt{g}}{\kappa C} FF_1 + h^3 (\delta \hat{V})^2 FF_2 \quad (6)$$

$$FF_1 = \int_0^1 (1 + \ln \xi) f_s(\xi) d\xi \quad (7)$$

$$FF_2 = \int_0^1 [f_s(\xi)]^2 d\xi \quad (8)$$

$$f_s(\xi) = 2 \int_0^\xi \frac{\ln t}{t-1} dt + \frac{\sqrt{g}}{\kappa C} \int_0^\xi \frac{\ln^2 t}{t-1} dt - 2 \left( 1 - \frac{\sqrt{g}}{\kappa C} \right) \left( 1 + \frac{\sqrt{g}}{\kappa C} + \frac{\sqrt{g}}{\kappa C} \ln \xi \right) \quad (9)$$

$$\hat{U} = \frac{1}{2\kappa^2 U^3} \left[ (U^2 + v^2) \left( u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) - uv \left( u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right) \right] \quad (10)$$

$$\hat{V} = \frac{1}{2\kappa^2 U^3} \left[ (U^2 + u^2) \left( u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right) - uv \left( u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) \right] \quad (11)$$

$$U = \sqrt{u^2 + v^2} \quad (12)$$

여기서  $\kappa$ 는 von Kármán 상수이며,  $C$ 는 Chézy 계수이다. 식 (7)~(9)의 적분은 수치적분기법을 이용하여 계산된다. 상술한 지배방정식의 수치해를 구하기 위해, 본 연구에서는 유한요소법의 일종인 2D CDG 기법 (Ghanem, 1995)을 적용한다.

### 3. 수치모형의 적용

Illinois 대학의 the Ven Te Chow Hydrosystems Laboratory에서 Kinoshita 형태의 사행수로에 관한 실험을 실시하였다 (Abad와 Garcia, 2009). 수로형태는 다음과 같은 Kinoshita 곡선 형상을 따른다.

$$\theta(s) = \theta_0 \sin \left( \frac{2\pi s}{\lambda} \right) + \theta_0^3 \left[ J_s \cos \left( 3 \frac{2\pi s}{\lambda} \right) - J_f \sin \left( 3 \frac{2\pi s}{\lambda} \right) \right] \quad (13)$$

여기서  $J_s (= \pm 1/32)$ 는 skewness 계수,  $J_f (= 1/192)$ 는 flatness 계수,  $\theta_0 (= 110^\circ)$ 는 최대 진폭,  $\lambda$ 는 파장, 그리고  $s$ 는 진행방향 좌표이다. 식 (13)에서  $\theta_0$ 가 작아질수록 사인곡선형태에 가까워진다. 10 m 길이의 만곡부가 3개로 구성되며, 상·하류단에 1 m 길이의 직선부가 존재하므로, 실험수로의 총길이는 32 m이다. 수로의 폭과 깊이는 각각 0.6 m와 0.4 m이며, 종방향 및 횡방향 수로경사는 0이다. 밸브를 조정함으로써 흐름방향을

조절할 수 있도록 고안되었기 때문에, 상류방향으로 편향되거나 하류방향으로 편향된 흐름을 관찰 가능하다 (그림 1). 흐름방향 및 흐름특성을 변화시켜 Kinoshita 사행수로에서 여러 가지 실험을 수행하였다. 본 논문에서는 여러 가지 실내실험 중 유입유량  $0.025 \text{ m}^3/\text{s}$ , 수로 내의 평균수심  $0.15 \text{ m}$ 인 경우에 대해서, 수치모의를 수행하였다. 상류편향흐름에 대한 에너지 경사는  $4.0 \times 10^{-4}$ , Chezy friction coefficient  $C_z = 1/C_f^{1/2} = 14.02$ 이며, 하류편향흐름에 대한 에너지 경사는  $4.4 \times 10^{-4}$ , Chezy friction coefficient는  $13.31$ 이다. 상류 및 하류편향흐름에서 대한 Froude 수와 Reynolds 수는 각각  $0.23$ 과  $4.17 \times 10^4$ 으로 동일하다.

상술한 Kinoshita 사행수로 자료 및 흐름자료를 수치모의에 동일하게 적용하였으며, 그림 2는 식 (13)을 적용하여 생성시킨 요소망을 나타낸다. 총 3531개의 절점과 3200개의 사각형 요소가 사용되었다. Froude 수에 의한 흐름조건은 상류조건에 해당하므로, 상류에 유입유량, 하류에 수위를 경계조건으로 설정하였다. 그림 3은 동쪽에서 서쪽으로의 흐름에 의한 상류편향흐름시 분산항 유무에 따른 수면분포를 나타내고 있으며, 그림 4는 서쪽에서 동쪽으로의 흐름에 의한 하류편향흐름시 분산항 유무에 따른 수면분포를 나타내고 있다. 분산항을 적용했을 경우, 분산항을 무시했을 경우에 비해서 수면이 낮게 산정됨을 알 수 있다. 또한 만곡부 외측이 내측에 비해서 수면이 높아지는 편수위 분포에서도 차이를 보이고 있다. 분산항 유무에 의한 수면분포 차이뿐만 아니라, 흐름방향에 따라서도 수면분포가 차이를 보이고 있다. 그림 5는 흐름방향에 따른 평균유속 분포를 나타낸다. 수위분포와 마찬가지로 상류편향흐름과 하류편향흐름에서의 유속분포도 차이를 나타내고 있다.

#### 4. 결 론

본 연구에서는 만곡부 이차류 효과를 흐름모형에 반영하기 위해서 개발된, 운동량방정식에 분산응력항을 추가한 2차원 수심적분모형을 Kinoshita 사행수로에 적용하였으며, 그 결과는 다음과 같다.

1. 상류방향으로 편향된 수로에서의 흐름특성과 하류방향으로 편향된 수로에서의 흐름특성은 차이를 나타내고 있으며, 흐름방향에서 수로의 지형학적인 차이가 가장 큰 원인으로 작용한다.
2. 만곡부의 흐름특성은 이차류에 의한 영향이 가장 지배적이기 때문에, 수치모의에서도 이를 반영해야만 하며, 본 연구에서 Kinoshita 사행수로에 적용한 결과, 분산응력을 고려했을 때와 무시했을 때의 수치모의 결과는 차이를 보이고 있다.
3. 본 연구에서 제시한 수치모형이 만곡부 흐름특성 파악에 타당한 결과를 나타냄을 확신하기 위해서는 Kinoshita 사행수로에서의 실험자료와 더욱 세밀한 비교가 필요하다.

#### 감사의 글

본 연구는 국토해양부 및 한국건설교통기술평가원 건설기술혁신사업 (과제명 : Ecoriver21, 과제번호 : 06 건설핵심B01) 연구비지원에 의해 수행되었습니다.

#### 참고문헌

1. Abad, J.D. and Garcia, M.H. (2009). Experiments in a high-amplitude Kinoshita meandering channel: 1. Implications of bend orientation on mean and turbulent flow structure, *Water Resources Research*, Vol. 45, W02401.
2. De Vriend, H.J. (1977). A mathematical model of steady flow in curved shallow channel, *Journal of Hydraulic Research*, Vol. 15, No. 1, pp. 37-54.
3. Ghanem, A.H.M. (1995). *Two-dimensional finite element modeling of flow in aquatic habitats*, Ph.D. dissertation, University of Alberta, Edmonton, Alberta.
4. Molls, T. and Chaudhry, M.H. (1995). Depth-averaged open-channel flow model, *Journal of Hydraulic Engineering*, ASCE, Vol. 121, No. 6, pp. 453-465.

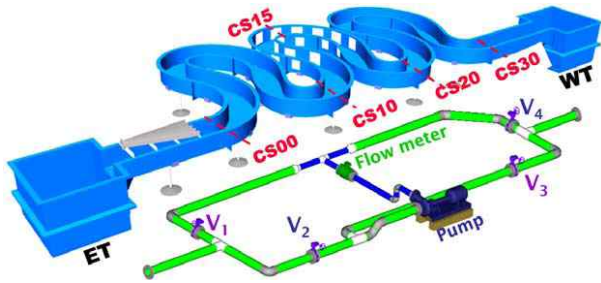


그림 2. Kinoshita 사행수로 모식도

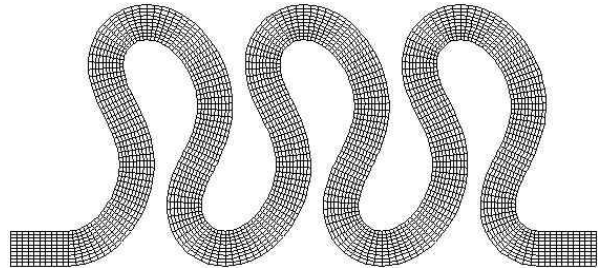
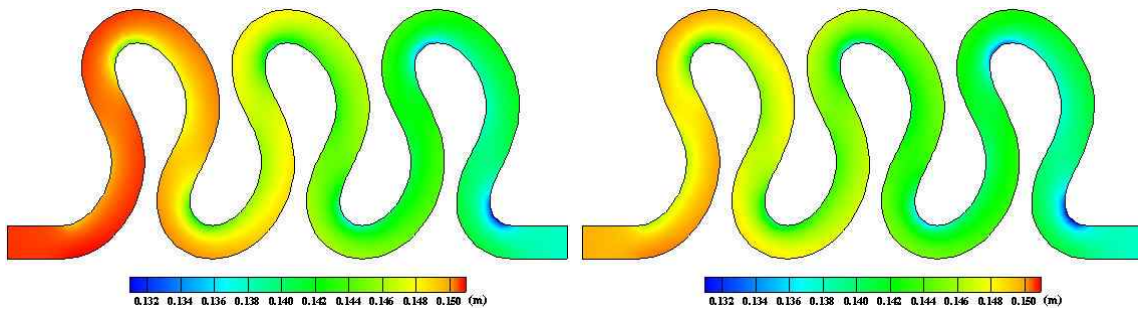


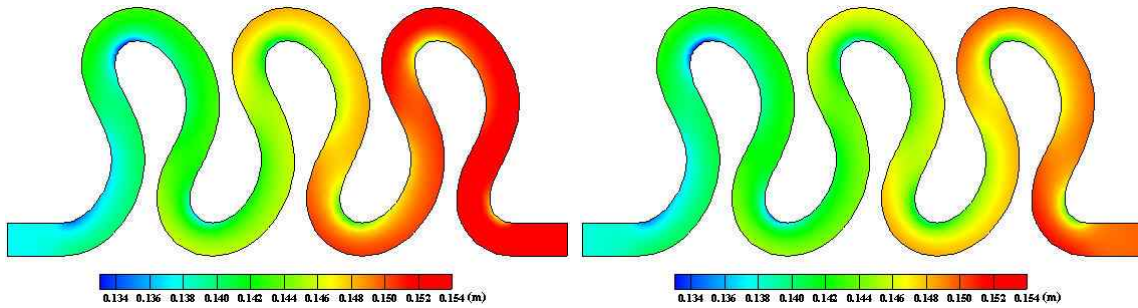
그림 3. Kinoshita 사행수로 모의격자



(a) 분산응력 무시

(b) 분산응력 적용

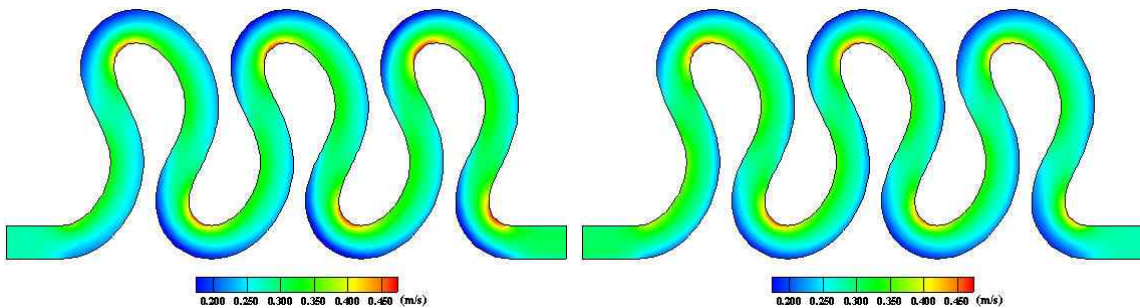
그림 3. 상류 편향 흐름시의 수위분포



(a) 분산응력 무시

(b) 분산응력 적용

그림 4. 하류 편향 흐름시의 수위분포



(a) 상류 편향 흐름시

(b) 하류 편향 흐름시

그림 5. 평균 유속 분포