

개수로 흐름에서 QUICK scheme 적용

Application for QUICK scheme in Open-Channel Flow

최성욱* · 최성욱**

Choi, Seongwook · Choi, Sung-Uk

1. 서 론

형상이 단순한 직선 개수로 흐름에서도 벽과 바닥, 자유수면에 의하여 복잡한 이차흐름 (secondary current)이 발생하게 된다. 이 이차흐름 해석은 횡방향으로의 하상의 흐름저항, 오염물질 및 부유사의 이동 등을 예측하는데 필요하기 때문에 하상변동, 하천환경문제에서 중요한 역할을 할 수 있다. 이차흐름 해석을 위하여 직접수치모의를 하는 것은 계산비용 측면에서 매우 비경제적인 방법이기 때문에 대부분 난류모형을 사용한다. 공학분야에서 가장 많이 사용되는 난류모형으로는 k-ε 모형으로 많은 연구가 이루어져 많은 자료가 축적되었으나 레이놀즈 응력이 방향에 관계없이 시간평균유속의 경사에 비례하기 때문에 난류의 비등방성을 모의하지 못하는 문제가 있다. 이 문제를 해결하기 위하여 제시된 것이 비선형 k-ε 모형으로 레이놀즈 응력 항을 대수식으로 표현함으로써 난류의 비등방성을 모의할 수 있게 되었다. 본 연구에서는 비선형 k-ε 모형을 사용하여 개수로에서 발생하는 시간평균흐름과 난류량의 분포를 모의할 때 지배방정식을 풀기 위한 고차원 차분기법인 QUICK scheme이 얼마나 잘 모의할 수 있는지를 검토하였다.

2. 지배방정식

2.1 유동방정식

본 연구에서 사용하는 개수로 흐름의 지배방정식은 레이놀즈 방정식으로 이를 시간평균하고 주 흐름방향으로 완전히 발달된 등류로 볼 수 있을 경우 다음과 같이 표현된다.

$$\frac{\partial \bar{v}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{w}}{\partial z} = 0 \quad (1)$$

$$\bar{v} \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} + \bar{w} \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} = gS_0 + \frac{\partial}{\partial y} \left(\nu \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} - \overline{u'v'} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\nu \frac{\partial \bar{v}}{\partial z} - \overline{u'w'} \right) \quad (2)$$

$$\bar{v} \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} + \bar{w} \frac{\partial \bar{v}}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial y} \left(\nu \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} - \overline{v'^2} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\nu \frac{\partial \bar{v}}{\partial z} - \overline{v'w'} \right) \quad (3)$$

$$\bar{v} \frac{\partial \bar{w}}{\partial y} + \bar{w} \frac{\partial \bar{w}}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial y} \left(\nu \frac{\partial \bar{w}}{\partial y} - \overline{v'w'} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\nu \frac{\partial \bar{w}}{\partial z} - \overline{w'^2} \right) \quad (4)$$

각각의 식은 연속방정식과 x , y , z 방향의 운동량방정식이다. 여기서 \bar{u} , \bar{v} , \bar{w} 는 x , y , z 방향의 시간 평균된 유속, P 는 시간 평균된 압력, g 는 중력가속도, S_0 는 하상 바닥의 경사, ν 는 유체의 동점성계수, $\overline{u'v'}$, $\overline{u'w'}$, $\overline{v'w'}$, $\overline{v'^2}$, $\overline{w'^2}$ 는 시간 평균된 레이놀즈 응력이다.

2.2 난류모형

본 연구에서 시간 평균된 레이놀즈 응력을 사용하기 위하여 Speziale (1987)이 제시한 비선형 k-ε 모형을 사용하였다. 여기서 k 는 난류운동에너지, ϵ 은 난류에너지의 소산률이고 각각의 수송방정식은 다음과 같다.

* 연세대학교 대학원 토목환경공학과 석·박사 통합과정 · E-mail: csu1220@hotmail.com

** 정희원 · 연세대학교 공과대학 토목환경공학과 교수 · E-mail: schoi@yonsei.ac.kr - 발표자

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\bar{u}_i k) = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{\nu_t}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial x_i} \right) + P_k - \varepsilon \quad (5)$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\bar{u}_i \varepsilon) = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{\nu_t}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_i} \right) + \frac{\varepsilon}{k} (c_{\varepsilon 1} P_k - c_{\varepsilon 2} \varepsilon) \quad (6)$$

여기서 σ_k , σ_ε , $c_{\varepsilon 1}$, $c_{\varepsilon 2}$ 는 모형상수로 각각 1, 1.3, 1.44, 1.92 이고 ν_t 는 와점성계수, P_k 는 난류생성항으로 각각의 값을 구하기 위한 공식은 다음과 같다.

$$\nu_t = C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (7)$$

$$P_k = -\bar{u}'_i \bar{u}'_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \quad (8)$$

여기서 C_μ 는 모형상수로 0.09이다. Speziale (1987)이 제시한 비선형 k- ε 모형의 레이놀즈응력은 다음과 같다.

$$-\bar{u}'_i \bar{u}'_j = -\frac{2}{3} k \delta_{ij} + C_D \frac{k^2}{\varepsilon} S_{ij} + C_D C^2 \frac{k^3}{\varepsilon^2} \left(S_{im} S_{mj} - \frac{1}{3} S_{mm} S_{ij} \right) + C_E C^2 \frac{k^3}{\varepsilon^2} \left(\dot{S}_{ij} - \frac{1}{3} \dot{S}_{mm} \delta_{ij} \right) \quad (9)$$

여기서 C_D 와 C_E 는 모형상수로 각각 1.68, 1.68을 제시하였고 δ_{ij} 는 kronecker delta이며 S_{ij} 와 \dot{S}_{ij} 는 다음과 같다.

$$S_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \quad (10)$$

$$\dot{S}_{ij} = \frac{\partial S_{ij}}{\partial t} + \bar{u} \cdot \nabla S_{ij} - \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_m} S_{mj} - \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_m} S_{mi} \quad (11)$$

본 연구에서는 유한체적법 (Finite Volume Method)를 이용하여 유동방정식과 난류모형을 수치모의하였고 운동량방정식을 풀기 위하여 SIMPLER 알고리즘 (Patankar and Spalding, 1972)을 사용하였다. 본 연구에서는 유한체적법을 사용하기 위한 고차원 차분기법 quadratic upstream interpolation for convective kinetics (QUICK) scheme (Leonard B. P., 1979)을 사용하였고 다른 유한체적법의 차분기법인 power-law scheme (Patankar, 1980)을 사용한 결과와도 비교를 하였다.

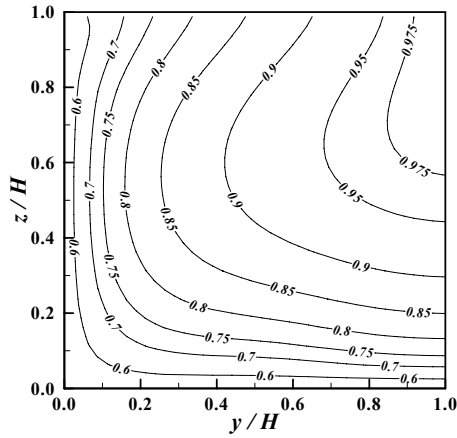
3. 모형의 적용

본 연구에서는 개수로에서 QUICK scheme의 적용성을 확인하기 위하여 수치모의결과를 Nezu and Rodi (1985)의 실내실험자료의 결과와 비교하였다. Nezu and Rodi (1985)가 수행한 실험에서 실험수로는 수심-폭비가 2로 수심과 폭이 각각 0.1 m, 0.2 m 이고 매끈한 벽면의 정사각형 개수로이다.

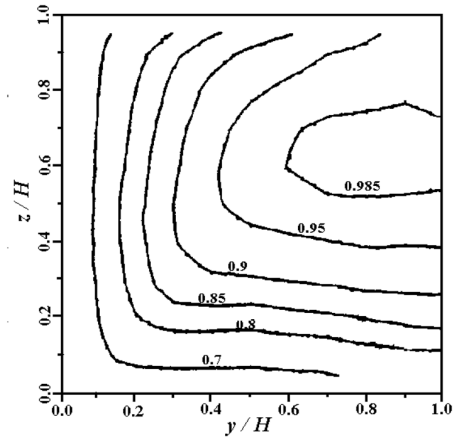
그림 1과 2는 실험수로 단면에서 주흐름과 이차흐름의 유속분포에 대하여 QUICK scheme을 이용한 수치모의결과와 실내실험결과를 비교한 것이다. 각 유속은 주 흐름방향 유속의 최대값으로 나누어 무차원화 시켰다. 수치모의 결과를 살펴보면 주흐름 유속분포나 이차흐름의 와 생성지점 및 크기를 잘 모의하는 것을 볼 수 있다. 그림 1에서는 수치모의결과가 이차흐름에 의해 주흐름방향 최대유속 위치가 자유수면아래에 있게 되는 velocity dip 현상을 비슷하게 보이는 것을 알 수 있다. 완벽하게 모의하지 못하는 이유는 자유수면에서 비선형 k- ε 모형이 자유수면 근처에서 발생하는 난류의 비등방성을 잘 모의하지 못하기 때문이다.

그림 3은 실험수로에서 무차원화 시킨 $-\bar{u}'_i \bar{u}'_j$ 의 분포에 대하여 QUICK scheme을 이용한 수치모의와 실내실험결과를 비교한 것이다. 실험결과를 보면 자유수면에 가까워질수록 음 (-)의 레이놀즈응력이 크게 발생하는 것을 확인할 수 있는데 수치모의결과와 전반적인 분포는 잘 맞는 것을 볼 수 있다. 그러나 수로의 중앙에서 양 (+)의 값이 나오는 것을 볼 수 있는데 이는 velocity dip을 제대로 모의하지 못하며 발생한 문제이다.

실험 결과 외에도 QUICK scheme과 power-law scheme을 이용한 결과를 비교하였을 때 서로 거의 일치하는 것을 확인할 수 있다.

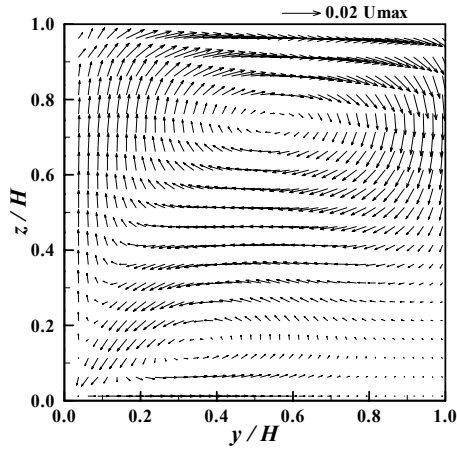


(a) simulation result

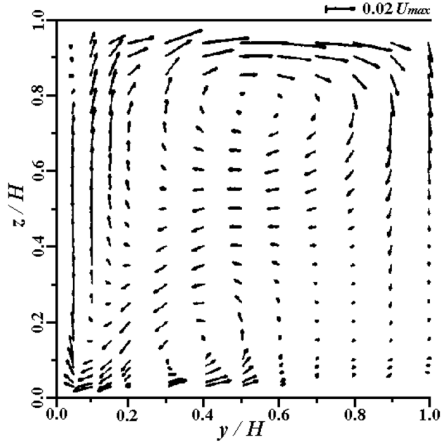


(b) Exp. by Nezu and Rodi (1985)

그림 1. 주흐름 유속분포

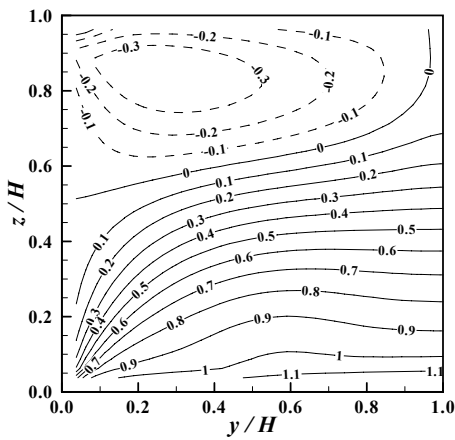


(a) simulation result

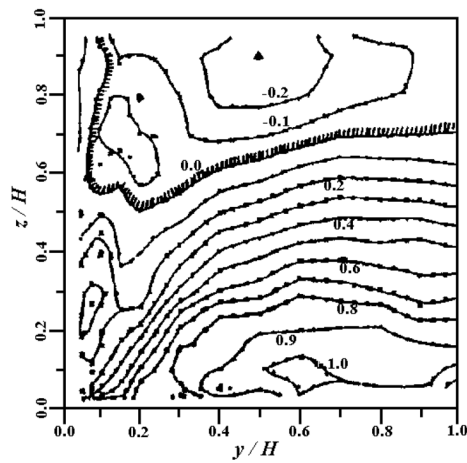


(b) Exp. by Nezu and Rodi (1985)

그림 2. 이차흐름 유속분포



(a) simulation result



(b) Exp. by Nezu and Rodi (1985)

그림 3. 레이놀즈응력 분포 ($-u'w'$)

4. 결 론

본 연구에서는 비선형 $k-\varepsilon$ 모형이 포함된 개수로 흐름의 지배방정식에 대하여 유한체적법을 사용하기 위한 QUICK scheme의 적용성을 검토하였다. Nezu and Rodi (1985)의 실험과 비교해 보았을 때 QUICK scheme을 이용한 비선형 $k-\varepsilon$ 난류모형은 자유수면 등의 경계면에서 난류량의 변동을 잘 모의하지 못하나 전반적인 흐름과 난류량은 잘 모의하는 것을 확인하였다. 또한 QUICK scheme을 사용한 수치모의 결과가 다른 차분기법인 power-law scheme에 의한 결과와 큰 차이가 없는 것을 통하여 QUICK scheme은 개수로의 난류모의에 적용이 가능한 기법인 것을 확인하였다.

감사의 글

본 연구는 국토해양부 건설기술혁신사업인 “하천에서 유사이동 및 하상변동 예측을 위한 3차원 수치모형의 개발(11기술혁신C04)”의 연구비 지원에 의해 수행되었습니다.

참고문헌

1. Hossain, M.S. and Rodi, W. (1980). Mathematical modeling of vertical mixing in stratified channel flow. *Proceedings of the 2nd Symposium on Stratified Flows*.
2. Launder, B.E. and Spalding, D.B. (1974). The numerical computation of turbulent flow. *Computational Methods in Applied Mechanics*, Vol. 3, pp. 269-289.
3. Leonard, B. P. (1979). A stable and accurate convective modeling procedure based on quadratic upstream interpolation, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 19, pp. 59-98.
4. Nezu I. and Rodi W. (1985). Experimental study on secondary currents in open channel flow. *21st IAHR Congress*, Melbourne, Australi, Vol. 2, pp. 19-23.
5. Patankar, S.V. (1980). Numerical Heat Transfer and Fluid Flow, Hemisphere Publishing Corporation, McGraw Hill Book Corporation, New York, NY.
6. Patankar, S.V. and Spalding, D.B. (1972). A calculation procedure for heat, mass and momentum transfer in three dimensional parabolic flows. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 15, No. 10, pp. 1787-1806.
7. Speziale, C.G. (1987). On non-linear $k-l$ and $k-\varepsilon$ models of turbulence. *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 178, pp. 459-475.